

1. Να γνωρίζετε τις έννοιες και τις χρήσεις των πολυπλεκτών και των αποπολυπλεκτών.
2. Να σχεδιάζετε συνδυαστικά κυκλώματα πολυπλεκτών και αποπολυπλεκτών.
3. Να μελετάτε φύλλα δεδομένων Ο.Κ πολυπλεκτών και αποπολυπλεκτών.
4. Να υλοποιείτε, στο εργαστήριο, συνδυαστικά κυκλώματα πολυπλεκτών και αποπολυπλεκτών.

4 κεφάλαιο

**ΠΟΛΥΠΛΕΚΤΕΣ
ΑΠΟΠΟΛΥΠΛΕΚΤΕΣ**

4.1 ΠΟΛΥΠΛΕΚΤΕΣ

4.1.1 Ορισμοί

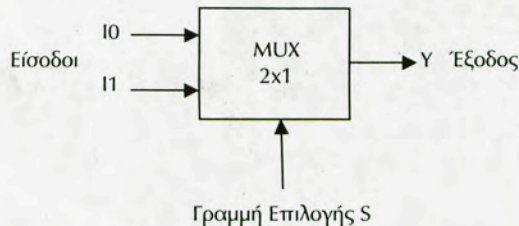
Ο **Πολυπλέκτης** (Multiplexer - MUX) 2^n εισόδων ($2^n \times 1$) είναι ένα συνδυαστικό κύκλωμα που έχει n γραμμές επιλογής (ελέγχου) και μία μοναδική γραμμή εξόδου. Το κύκλωμα επιλέγει δυαδικές πληροφορίες από 2^n γραμμές εισόδου, ανάλογα με τις τιμές των n γραμμών επιλογής και τις κατευθύνει στην γραμμή εξόδου. Ο συμβολισμός $2^n \times 1$ σημαίνει ότι ο πολυπλέκτης έχει 2^n εισόδους και μία έξοδο.

Πολύπλεξη (Multiplexing) είναι η επιλογή μίας γραμμής εισόδου δεδομένων από πολλές. Αυτή την λειτουργία την υλοποιούμε με τους Πολυπλέκτες που για αυτό το λόγο ονομάζονται και *επιλογείς δεδομένων* (data selectors).

Η κύρια εφαρμογή του Πολυπλέκτη είναι η επιλογή **μίας** από τις πολλές πληροφορίες που εφαρμόζονται στις εισόδους του και η μεταφορά της στην έξοδό του.

4.1.2 Πολυπλέκτης 2 εισόδων

Ο Πολυπλέκτης 2 εισόδων (MUX 2×1) έχει δύο εισόδους I_0 και I_1 , μία γραμμή επιλογής S και μία έξοδο Y , όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.1.



Σχήμα 4.1.1 Πολυπλέκτης 2 εισόδων

Ανάλογα με την τιμή της γραμμής επιλογής S , μία από τις εισόδους I_0 και I_1 μεταβιβάζεται στην έξοδο Y :

Πίνακας 4.1.1 Συνοπτικός Πίνακας Αληθείας Πολυπλέκτη 2 εισόδων

S	Y
0	I_0
1	I_1

– αν $S=0$, τότε $Y=I_0$

– αν $S=1$, τότε $Y=I_1$

όπως φαίνεται στον συνοπτικό Πίνακα Αληθείας του, που παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.1.1.

Ο Πίνακας Αληθείας του Πολυπλέκτη 2 εισόδων παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.1.2.

Πίνακας 4.1.2 Πίνακας Αληθείας Πολυπλέκτη 2 εισόδων

S	I1	I0	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Από τον παραπάνω Πίνακα Αληθείας προκύπτει ο χάρτης Karnaugh για τη συνάρτηση εξόδου Y, συναρτήσεως της γραμμής επιλογής S και των εισόδων I0 και I1, που φαίνεται στο Σχήμα 4.1.2.

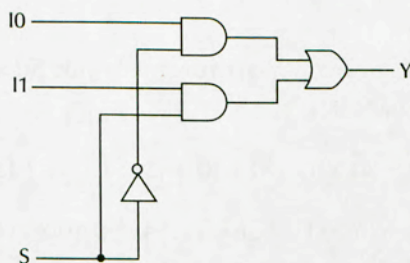
	$\bar{I1} \cdot \bar{I0}$	$\bar{I1} \cdot I0$	$I1 \cdot I0$	$I1 \cdot \bar{I0}$
\bar{S}		1	1	
S			1	1

Σχήμα 4.1.2 Χάρτης Karnaugh για την συνάρτηση εξόδου Y του Πολυπλέκτη 2 εισόδων

Από τον παραπάνω χάρτη Karnaugh προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση εξόδου Y συναρτήσεως της γραμμής επιλογής S και των εισόδων I0 και I1:

$$Y = I0 \cdot \bar{S} + I1 \cdot S$$

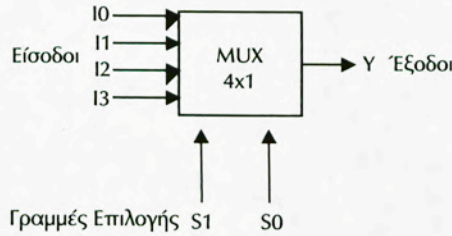
Επομένως, το κύκλωμα του Πολυπλέκτη 2 εισόδων μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας μία πύλη NOT, δύο πύλες AND δύο εισόδων και μία πύλη OR δύο εισόδων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.3.



Σχήμα 4.1.3 Υλοποίηση Πολυπλέκτη 2 εισόδων με πύλες

4.1.3 Πολυπλέκτης 4 εισόδων

Ο Πολυπλέκτης 4 εισόδων (MUX 4x1) έχει τέσσερις εισόδους I0, I1, I2 και I3, δύο γραμμές επιλογής S0 και S1 και μία έξοδο Y, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.4.



Σχήμα 4.1.4 Πολυπλέκτης 4 εισόδων

Ανάλογα με τις τιμές των γραμμών επιλογής S1 και S0, μία από τις εισόδους I0, I1, I2 και I3 μεταβιβάζεται στην έξοδο Y:

- αν S1=0 και S0=0, τότε Y=I0
- αν S1=0 και S0=1, τότε Y=I1
- αν S1=1 και S0=0, τότε Y=I2
- αν S1=1 και S0=1, τότε Y=I3

όπως φαίνεται στον συνοπτικό Πίνακα Αληθείας του, που παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.1.3.

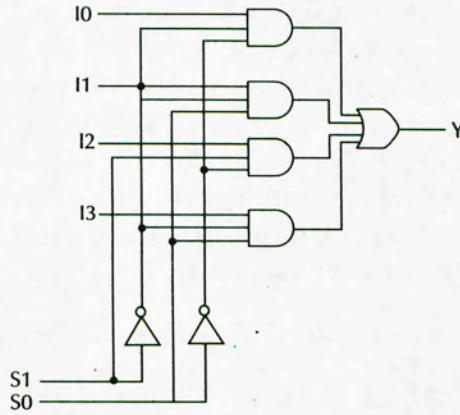
Πίνακας 4.1.3 Συνοπτικός Πίνακας Αληθείας Πολυπλέκτη 4 εισόδων

S1	S0	Y
0	0	I0
0	1	I1
1	0	I2
1	1	I3

Η συνάρτηση εξόδου Y συναρτηίσει των επιλογών S0 και S1 και των εισόδων I0, I1, I2 και I3 είναι η ακόλουθη:

$$Y = I_0 \cdot \overline{S_1} \cdot \overline{S_0} + I_1 \cdot \overline{S_1} \cdot S_0 + I_2 \cdot S_1 \cdot \overline{S_0} + I_3 \cdot S_1 \cdot S_0$$

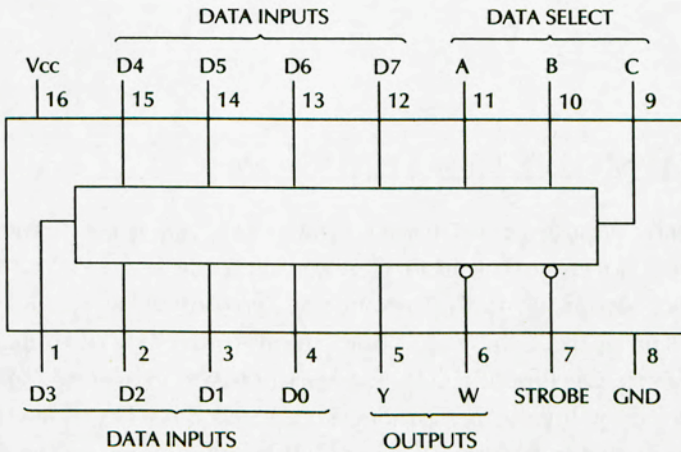
Επομένως, το κύκλωμα του Πολυπλέκτη 4x1 μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας δύο πύλες NOT, τέσσερις πύλες AND τριών εισόδων και μία πύλη OR τεσσάρων εισόδων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.5.



Σχήμα 4.1.5 Υλοποίηση Πολυπλέκτη 4 εισόδων με πύλες

4.1.4 Ολοκληρωμένα κυκλώματα πολυπλεκτών

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστεί το ολοκληρωμένο κύκλωμα 74151 της σειράς 74, που περιέχει έναν Πολυπλέκτη 8 εισόδων (MUX 8x1), το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 4.1.6.



Σχήμα 4.1.6 Το ολοκληρωμένο κύκλωμα 74151: ένας Πολυπλέκτης 8 εισόδων

Στο ολοκληρωμένο κύκλωμα 74151, ο Πολυπλέκτης 8 εισόδων (MUX 8x1) έχει οκτώ εισόδους (D0, D1, D2, D3, D4, D5, D6 και D7), τρεις γραμμές επιλογής (C, B και A) και μία έξοδο Y καθώς και την συμπληρωματική έξοδο W.

Η λειτουργία του ολοκληρωμένου κυκλώματος 74151 ως Πολυπλέκτη ελέγχεται από την είσοδο ενεργοποίησης STROBE (pin 7):

- ✓ όταν STROBE="0" τότε ανάλογα με τις τιμές των γραμμών επιλογής C, B και A, μία από τις εισόδους I0, I1, I2, I3, I4, I5, I6 και I7 μεταβιβάζεται στην έξοδο Y, δηλαδή το ολοκληρωμένο κύκλωμα 74151 λειτουργεί ως Πολυπλέκτης
- ✓ όταν STROBE="1" τότε ο Πολυπλέκτης είναι απενεργοποιημένος όπως φαίνεται από τον Πίνακα Αληθείας του ολοκληρωμένου κυκλώματος 74151 που παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.1.4.

Πίνακας 4.1.4 Πίνακας Αληθείας του ολοκληρωμένου κυκλώματος 74151

STROBE	C	B	A	Y
1	X	X	X	0
0	0	0	0	I0
0	0	0	1	I1
0	0	1	0	I2
0	0	1	1	I3
0	1	0	0	I4
0	1	0	1	I5
0	1	1	0	I6
0	1	1	1	I7

4.2 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΟΛΥΠΛΕΚΤΩΝ

Μία βασική εφαρμογή των Πολυπλεκτών είναι η χρήση τους στην υλοποίηση λογικών συναρτήσεων και συνδυαστικών κυκλωμάτων.

Κάθε λογική συνάρτηση n μεταβλητών μπορεί να υλοποιηθεί με έναν Πολυπλέκτη 2^n εισόδων. Οι μεταβλητές της λογικής συνάρτησης αποτελούν τις γραμμές επιλογής του Πολυπλέκτη. Οι εισοδοί του Πολυπλέκτη επιλέγονται κατάλληλα από τον Πίνακα Αληθείας της λογικής συνάρτησης: κάθε είσοδος του Πολυπλέκτη είναι "0" ή "1", έτσι ώστε να ικανοποιείται ο Πίνακας Αληθείας της λογικής συνάρτησης. Η έξοδος του Πολυπλέκτη είναι η λογική συνάρτηση που θέλουμε να υλοποιήσουμε.

Παράδειγμα

Δίνεται η παρακάτω λογική συνάρτηση Y τριών μεταβλητών A , B και C :

$$Y(A,B,C) = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

Ο Πίνακας Αληθείας της λογικής συνάρτησης Y παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.2.1.

Πίνακας 4.2.1 Πίνακας Αληθείας της λογικής συνάρτησης

$$Y(A,B,C) = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

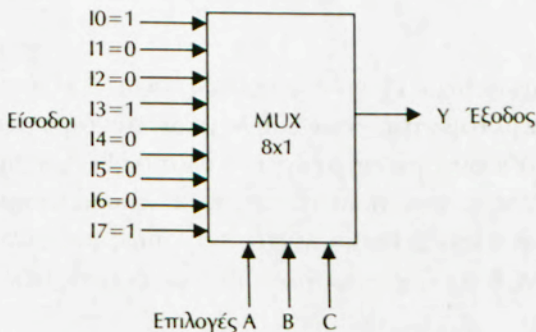
A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Το πλήθος των μεταβλητών της λογικής συνάρτησης είναι: $n=3$. Επομένως, η συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας έναν Πολυπλέκτη 8 εισόδων ($2^3 \times 1$), όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2.1.

Οι μεταβλητές A, B και C χρησιμοποιούνται ως οι τρεις γραμμές επιλογής του Πολυπλέκτη.

Οι οκτώ είσοδοι I0, I1, I2, I3, I4, I5, I6 και I7 του Πολυπλέκτη επιλέγονται κατάλληλα από τον Πίνακα Αληθείας της λογικής συνάρτησης: κάθε είσοδος του Πολυπλέκτη είναι "0" ή "1", έτσι ώστε να ικανοποιείται ο Πίνακας Αληθείας της λογικής συνάρτησης.

Προφανώς, η έξοδος του Πολυπλέκτη αποτελεί την συνάρτηση Y.



Σχήμα 4.2.1 Υλοποίηση της λογικής συνάρτησης

$$Y(A,B,C) = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C \text{ με Πολυπλέκτη 8 εισόδων}$$

Θέμα για επιπλέον μελέτη

Κάθε Συνδυαστικό Κύκλωμα n εισόδων και m εξόδων μπορεί να υλοποιηθεί με m Πολυπλέκτες 2^n εισόδων.

Παράδειγμα

Στο παράδειγμα αυτό θα υλοποιηθεί ένα συνδυαστικό κύκλωμα που αναγνωρίζει το πλήθος των "1" ενός 3-bits δυαδικού αριθμού, χρησιμοποιώντας Πολυπλέκτες.

Το συνδυαστικό κύκλωμα έχει τρεις εισόδους A, B και C που χρησιμοποιούνται για τον 3-bits δυαδικό αριθμό. Το πλήθος των "1" του 3-bits δυαδικού αριθμού είναι προφανώς 0 ή 1 ή 2 ή 3. Επομένως, το συνδυαστικό κύκλωμα έχει δύο εξόδους Y1 και Y2 που χρησιμοποιούνται για το πλήθος των "1" του 3-bits δυαδικού αριθμού.

Ο Πίνακας Αληθείας του συνδυαστικού κυκλώματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.2.2.

Πίνακας 4.2.2 Πίνακας Αληθείας του συνδυαστικού κυκλώματος που αναγνωρίζει το πλήθος των "1" ενός 3-bits δυαδικού αριθμού

A	B	C	Y1	Y2	Πλήθος "1"
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	2
1	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	2
1	1	0	1	0	2
1	1	1	1	1	3

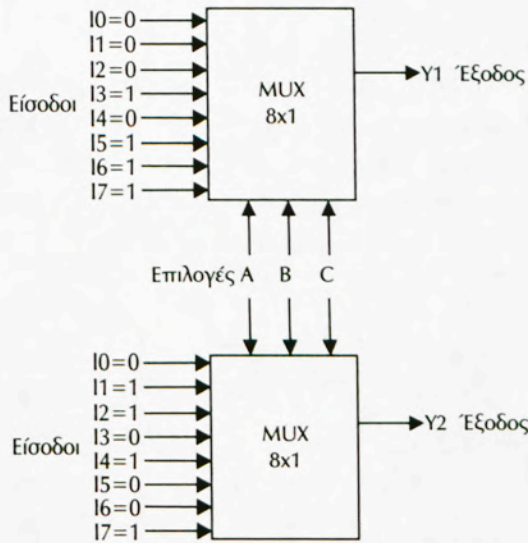
Το συνδυαστικό κύκλωμα έχει $n=3$ εισόδους και $m=2$ εξόδους.

Το πλήθος των μεταβλητών των δύο λογικών συναρτήσεων εξόδων είναι: $n=3$. Επομένως, κάθε συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας έναν Πολυπλέκτη 8×1 ($2^3 \times 1$). Άρα, το συνδυαστικό κύκλωμα μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας δύο ($m=2$) Πολυπλέκτες 8×1 , όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.2.2.

Οι μεταβλητές A, B και C χρησιμοποιούνται ως οι τρεις (κοινές) επιλογές των δύο Πολυπλεκτών.

Οι είσοδοι των δύο Πολυπλεκτών επιλέγονται κατάλληλα από τους Πίνακες Αληθείας των λογικών συναρτήσεων.

Οι έξοδοι των Πολυπλεκτών αποτελούν τις εξόδους του συνδυαστικού κυκλώματος.



Σχήμα 4.2.2 Υλοποίηση του συνδυαστικού κυκλώματος που αναγνωρίζει το πλήθος των "1" ενός 3-bits δυαδικού αριθμού με δύο Πολυπλέκτες 8x1

4.3 ΑΠΟΠΟΛΥΠΛΕΚΤΕΣ

4.3.1 Ορισμοί

Ο **Αποπολυπλέκτης** (Demultiplexer - DEMUX) 1×2^n είναι ένα συνδυαστικό κύκλωμα που έχει μία είσοδο, n γραμμές επιλογής και 2^n γραμμές εξόδου. Το κύκλωμα δέχεται πληροφορίες από την γραμμή εισόδου και τις μεταβιβάζει σε **μία** από τις 2^n γραμμές εξόδου, ανάλογα με την τιμή των n γραμμών επιλογής.

Ο συμβολισμός 1×2^n σημαίνει ότι ο αποπολυπλέκτης έχει μία είσοδο και 2^n εξόδους. Ο Αποπολυπλέκτης 1×2^n παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.3.1.



Σχήμα 4.3.1 Αποπολυπλέκτης 1×2^n

Η κύρια εφαρμογή του Αποπολυπλέκτη είναι η επιλογή **μίας** από τις πολλές εξόδους του στην οποία μεταφέρεται η πληροφορία που εφαρμόζεται στην είσοδό του.

4.3.2 Αποπολυπλέκτης 1x2

Ο Αποπολυπλέκτης 1x2 έχει μία είσοδο E, μία γραμμή επιλογής I0 και δύο εξόδους D0 και D1. Η είσοδος E μεταβιβάζεται στην γραμμή εξόδου που υποδεικνύει το bit I0 της γραμμής επιλογής.

Ο Πίνακας Αληθείας του Αποπολυπλέκτη 1x2 παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.3.1.

Πίνακας 4.3.1 Πίνακας Αληθείας του Αποπολυπλέκτη 1x2

E	I0	D0	D1
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Στον Πίνακα Αληθείας του Αποπολυπλέκτη 1x2 φαίνεται ότι:

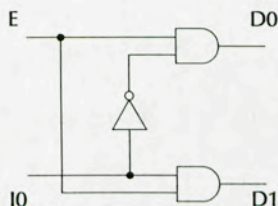
- ☛ όταν η γραμμή επιλογής είναι $I0=0$, τότε η είσοδος E μεταβιβάζεται στην έξοδο D0 (αν $E=0$ τότε $D0=0$ στην πρώτη γραμμή και αν $E=1$ τότε $D0=1$ στην τρίτη γραμμή)
- ☛ όταν η γραμμή επιλογής είναι $I0=1$, τότε η είσοδος E μεταβιβάζεται στην έξοδο D1 (αν $E=0$ τότε $D1=0$ στην δεύτερη γραμμή και αν $E=1$ τότε $D1=1$ στην τέταρτη γραμμή)
- ☛ όλες οι υπόλοιπες εξοδοί (που δεν επιλέγονται) λαμβάνουν τιμές ίσες με "0" (ή ίσες με "1", ανάλογα με τη σχεδίαση του Αποπολυπλέκτη).

Από τον Πίνακα Αληθείας του Αποπολυπλέκτη 1x2 προκύπτουν οι ακόλουθες συναρτήσεις εξόδων D0 και D1 συναρτήσει εισόδου E και της γραμμής επιλογής I0:

$$D0 = E \cdot \bar{I0}$$

$$D1 = E \cdot I0$$

Επομένως, το κύκλωμα του Αποπολυπλέκτη 1x2 μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας μία πύλη NOT και δύο πύλες AND δύο εισόδων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.3.2.



Σχήμα 4.3.2 Υλοποίηση Αποπολυπλέκτη 1x2 με πύλες

4.3.3 Αποπολυπλέκτης 1x4

Ο Αποπολυπλέκτης 1x4 έχει μία είσοδο E, δύο γραμμές επιλογής I1 και I0 και τέσσερις εξόδους D0, D1, D2 και D3. Η είσοδος E μεταβιβάζεται στην γραμμή εξόδου που υποδεικνύουν τα bits I1 και I0 των γραμμών επιλογής.

Ο Πίνακας Αληθείας του Αποπολυπλέκτη 1x4 παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.3.2.

Πίνακας 4.3.2 Πίνακας Αληθείας του Αποπολυπλέκτη 1x4

E	I1	I0	D0	D1	D2	D3
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1

Από τον Πίνακα Αληθείας του Αποπολυπλέκτη 1x4 προκύπτουν οι ακόλουθες συναρτήσεις εξόδων D0, D1, D2 και D3 συναρτήσει εισόδου E και των επιλογών I0 και I1:

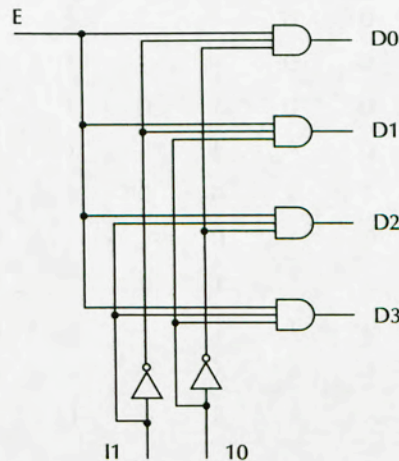
$$D0 = E \cdot \bar{I1} \cdot \bar{I0}$$

$$D1 = E \cdot \bar{I1} \cdot I0$$

$$D2 = E \cdot I1 \cdot \bar{I0}$$

$$D3 = E \cdot I1 \cdot I0$$

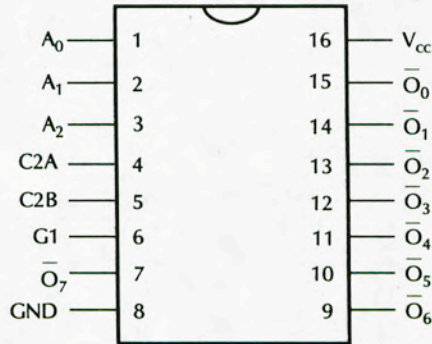
Επομένως, το κύκλωμα του Αποπολυπλέκτη 1x4 μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας δύο πύλες NOT και τέσσερις πύλες AND τριών εισόδων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.3.3.



Σχήμα 4.3.3 Υλοποίηση Αποπολυπλέκτη 1x4 με πύλες

4.3.4 Ολοκληρωμένα κυκλώματα αποπολυπλέκτων

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστεί το ολοκληρωμένο κύκλωμα 74138 της σειράς 74, που μπορεί να λειτουργήσει ως Αποπολυπλέκτης 1x8 (ή ως Αποκωδικοποιητής 3x8 (κεφάλαιο 5)), το οποίο φαίνεται στο Σχήμα 4.3.4.



Σχήμα 4.3.4 Το ολοκληρωμένο κύκλωμα 74138 Αποπολυπλέκτης 1x8 / Αποκωδικοποιητής 3x8

Ο Πίνακας Αληθείας του ολοκληρωμένου κυκλώματος 74138 παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.3.3.

Πίνακας 4.3.3 Πίνακας Αληθείας του ολοκληρωμένου κυκλώματος 74138

G1	G2	C	B	A	D0	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
X	1	X	X	X	1	1	1	1	1	1	1	1
0	X	X	X	X	1	1	1	1	1	1	1	1

$$G2 = G2A + G2B$$

Το ολοκληρωμένο κύκλωμα 74138 έχει τρεις εισόδους ενεργοποίησης G1 (pin 6), G2A (pin 4) και G2B (pin 5) που ελέγχουν την λειτουργία του.

Το ολοκληρωμένο κύκλωμα 74138 λειτουργεί ως Αποπολυπλέκτης 1x8 όταν G1=1 και G2A=0 (ή G2B=0). Η είσοδος G2B (ή G2A) χρησιμοποιείται ως είσοδος δεδομένων (data) και οι εισοδοί A, B και C χρησιμοποιούνται ως γραμμές επιλογής.

4.4 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

1. Ο Πολυπλέκτης 2^n εισόδων είναι ένα συνδυαστικό κύκλωμα που έχει n γραμμές επιλογής (ελέγχου) και μία μοναδική γραμμή εξόδου. Το κύκλωμα επιλέγει δυαδικές πληροφορίες από 2^n γραμμές εισόδου, ανάλογα με τις τιμές των n γραμμών επιλογής και τις κατευθύνει στην γραμμή εξόδου.
2. Κάθε λογική συνάρτηση n μεταβλητών μπορεί να υλοποιηθεί με έναν Πολυπλέκτη 2^n εισόδων.
3. Ο Αποπολυπλέκτης 1×2^n είναι ένα συνδυαστικό κύκλωμα που έχει μία είσοδο, n γραμμές επιλογής και 2^n γραμμές εξόδου. Το κύκλωμα δέχεται πληροφορίες από την γραμμή εισόδου και τις μεταβιβάζει σε μία από τις 2^n γραμμές εξόδου, ανάλογα με την τιμή των n γραμμών επιλογής.

4.5 ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Ένας Πολυπλέκτης 4 εισόδων (MUX 4x1) έχει τέσσερις εισόδους I0=0, I1=I2=I3=1, δύο γραμμές επιλογής S0 και S1 και μία έξοδο Y. Να βρεθεί η τιμή της εξόδου του πολυπλέκτη για όλες τις δυνατές τιμές των γραμμών επιλογής.

Ανάλογα με τις τιμές των γραμμών επιλογής S1 και S0, μία από τις εισόδους I0, I1, I2 και I3 μεταβιβάζεται στην έξοδο Y:

– αν S1=0 και S0=0, τότε Y=I0=0

– αν S1=0 και S0=1, τότε Y=I1=1

– αν S1=1 και S0=0, τότε Y=I2=1

– αν S1=1 και S0=1, τότε Y=I3=1

2. Δίνεται η παρακάτω λογική συνάρτηση Y τριών μεταβλητών A, B και C:

$$Y(A,B,C) = \bar{A} \cdot C + \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$$

Να υλοποιηθεί η λογική συνάρτηση Y χρησιμοποιώντας Πολυπλέκτη. Τι Πολυπλέκτης απαιτείται; Να σχεδιαστεί το κύκλωμα.

Ο χάρτης Karnaugh της λογικής συνάρτησης Y παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.5.1.

	$\bar{B} \cdot \bar{C}$	$\bar{B} \cdot C$	$B \cdot C$	$B \cdot \bar{C}$
\bar{A}		1	1	
A		1		1

Σχήμα 4.5.1 Χάρτης Karnaugh της συνάρτησης
 $Y(A,B,C) = \bar{A}C + \bar{B}C + ABC$

Ο Πίνακας Αληθείας της λογικής συνάρτησης Y παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.5.1.

Πίνακας 4.5.1 Πίνακας Αληθείας της λογικής συνάρτησης $Y(A,B,C) = \bar{A} \cdot C + \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

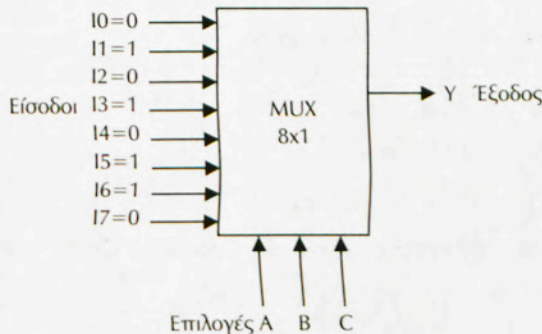
Το πλήθος των μεταβλητών της λογικής συνάρτησης είναι: $n=3$. Επομένως, η συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας έναν Πολυπλέκτη 8 εισόδων ($2^3 \times 1$).

Οι μεταβλητές A, B και C χρησιμοποιούνται ως οι τρεις γραμμές επιλογής του Πολυπλέκτη.

Οι οκτώ εισόδους I0, I1, I2, I3, I4, I5, I6 και I7 του Πολυπλέκτη επιλέγονται κατάλληλα από τον Πίνακα Αληθείας της λογικής συνάρτησης: κάθε είσοδος του Πολυπλέκτη είναι "0" ή "1", έτσι ώστε να ικανοποιείται ο Πίνακας Αληθείας της λογικής συνάρτησης.

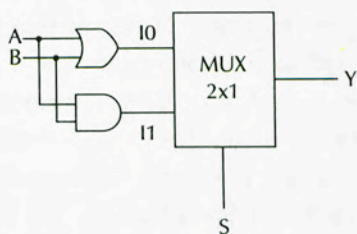
Η έξοδος του Πολυπλέκτη αποτελεί την συνάρτηση Y.

Το κύκλωμα παρουσιάζεται στο Σχήμα 4.5.2.



Σχήμα 4.5.2 Υλοποίηση της λογικής συνάρτησης $Y(A,B,C) = \bar{A} \cdot C + \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C}$ με Πολυπλέκτη 8x1

3. Να εξηγηθεί η λειτουργία του κυκλώματος του Σχήματος 4.5.3.



Σχήμα 4.5.3 Κύκλωμα της Άσκησης 3

Το κύκλωμα του Σχήματος 4.5.3 έχει δύο εισόδους A και B και μία έξοδο Y. Επίσης έχει μία επιπλέον είσοδο S που τροφοδοτεί την γραμμή επιλογής του Πολυπλέκτη 2 εισόδων που υπάρχει στο κύκλωμα. Ο Πολυπλέκτης έχει έξοδο την έξοδο Y του κυκλώματος και δύο εισόδους I0 και I1 που είναι:

$$I0 = A + B$$

$$I1 = A \cdot B$$

Ο Πίνακας Αληθείας του Πολυπλέκτη παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.5.2.

Από τον Πίνακα Αληθείας του Πολυπλέκτη προκύπτει ότι το κύκλωμα λειτουργεί ως πύλη OR ή ως πύλη AND, ανάλογα με την επιλογή S:

- ☛ αν $S = 0$ τότε το κύκλωμα λειτουργεί ως πύλη OR δύο εισόδων ($Y = A + B$)
- ☛ αν $S = 1$ τότε το κύκλωμα λειτουργεί ως πύλη AND δύο εισόδων ($Y = A \cdot B$).

Πίνακας 4.5.2 Πίνακας Αληθείας του κυκλώματος του Σχήματος 4.5.3

S	Y
0	$I0 = A + B$
1	$I1 = A \cdot B$

4. Ένας Αποπολυπλέκτης 1x4 έχει μία είσοδο E, δύο γραμμές επιλογής I1 και I0 και τέσσερις εξόδους D0, D1, D2 και D3. Να βρεθούν οι τιμές των εξόδων του αποπολυπλέκτη για όλες τις δυνατές τιμές των γραμμών επιλογής, όταν η είσοδος είναι $E = 1$.

Η είσοδος $E = 1$ μεταβιβάζεται στην γραμμή εξόδου που υποδεικνύουν τα bits I1 και I0 των γραμμών επιλογής, όπως φαίνεται στον παρακάτω Πίνακα.

E	I1	I0	D0	D1	D2	D3
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1

5. Ένα Συνδυαστικό Κύκλωμα εμφανίζει το αποτέλεσμα μίας ψηφοφορίας των μετόχων μίας εταιρείας. Στην εταιρεία υπάρχουν τρεις μέτοχοι Α, Β και C που ο καθένας έχει τον ακόλουθο αριθμό μετοχών: ο μέτοχος Α έχει μία (1) μετοχή, ο μέτοχος Β έχει δύο (2) μετοχές και ο μέτοχος C έχει τρεις (3) μετοχές. Το κύκλωμα έχει τρεις εισόδους Α, Β και C. Η κάθε είσοδος είναι "0" που αντιστοιχεί σε ψήφο ΟΧΙ ή "1" που αντιστοιχεί σε ψήφο ΝΑΙ του αντίστοιχου μετόχου. Το κύκλωμα έχει τρεις εξόδους Υ2, Υ1 και Υ0 που αποτελούν την δυαδική αναπαράσταση του συνόλου των ψήφων ΝΑΙ. Να υλοποιηθεί το συνδυαστικό κύκλωμα χρησιμοποιώντας Πολυπλέκτες. Ο Πίνακας Αληθείας του Συνδυαστικού Κυκλώματος παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.5.3.

Πίνακας 4.5.3 Πίνακας Αληθείας του κυκλώματος της Άσκησης 5

Μετοχές						
1	2	3				
A	B	C	Υ2	Υ1	Υ0	Ψήφοι ΝΑΙ
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	3
0	1	0	0	1	0	2
0	1	1	1	0	1	5
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	0	0	4
1	1	0	0	1	1	3
1	1	1	1	1	0	6

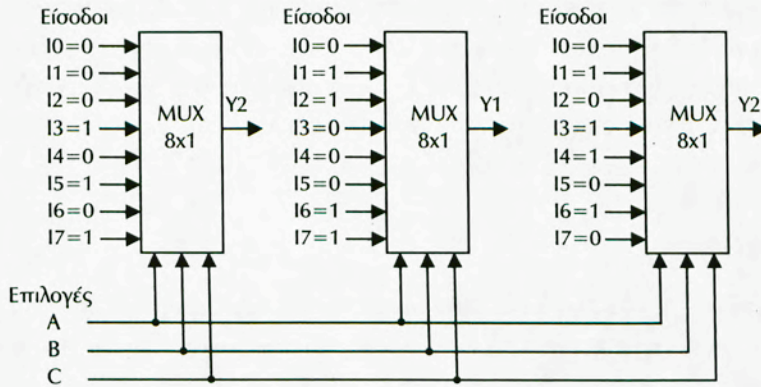
Το συνδυαστικό κύκλωμα έχει $n=3$ εισόδους και $m=3$ εξόδους.

Το πλήθος των μεταβλητών των δύο λογικών συναρτήσεων εξόδων είναι: $n=3$. Επομένως, κάθε συνάρτηση μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας έναν Πολυπλέκτη 8 εισόδων ($2^3 \times 1$). Άρα, το συνδυαστικό κύκλωμα μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας τρεις ($m=3$) Πολυπλέκτες 8 εισόδων, όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.5.4.

Οι μεταβλητές Α, Β και C χρησιμοποιούνται ως οι τρεις (κοινές) γραμμές επιλογής των τριών Πολυπλεκτών.

Οι εισοδοί των τριών Πολυπλεκτών επιλέγονται κατάλληλα από τους Πίνακες Αληθείας των λογικών συναρτήσεων.

Οι εξοδοί των Πολυπλεκτών αποτελούν τις εξόδους του συνδυαστικού κυκλώματος.



Σχήμα 4.5.4 Κύκλωμα της Άσκησης 5

4.6 ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΑΣΚΗΣΕΙΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Πόσες εισόδους έχει ένας Πολυπλέκτης με 4 γραμμές επιλογής;
2. Πόσες γραμμές επιλογής έχει ένας Πολυπλέκτης με 8 εισόδους;
3. Ποια είναι η διαφορά Πολυπλέκτη – Αποπολυπλέκτη.
4. Μία λογική συνάρτηση τριών μεταβλητών μπορεί να υλοποιηθεί χρησιμοποιώντας έναν Πολυπλέκτη:
 - α) 2x1
 - β) 8x1
 - γ) 16x1
5. Ποιο από τα παρακάτω είναι σωστό και ποιο λάθος;
 - α. Ο Αποπολυπλέκτης 1x4 έχει τέσσερις (4) εισόδους.
ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ
 - β. Ο Αποπολυπλέκτης 1x4 έχει τέσσερις (4) εξόδους.
ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ
 - γ. Ο Αποπολυπλέκτης 1x4 έχει τέσσερις (4) γραμμές επιλογής.
ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ
6. Δίνεται η παρακάτω λογική συνάρτηση Y τριών μεταβλητών A, B και C:

$$Y(A,B,C) = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B \cdot \bar{C}$$
 Να υλοποιηθεί η λογική συνάρτηση Y χρησιμοποιώντας Πολυπλέκτη. Τι Πολυπλέκτης απαιτείται;
 Να σχεδιαστεί το κύκλωμα.

7. Να χρησιμοποιήσετε έναν Πολυπλέκτη (Multiplexer) 2 εισόδων για να υλοποιήσετε ένα Συνδυαστικό Κύκλωμα δύο εισόδων A και B και μίας εξόδου Y. Το κύκλωμα έχει μία επιπλέον είσοδο S που τροφοδοτεί την γραμμή επιλογής του πολυπλέκτη και ελέγχει την λειτουργία του κυκλώματος ως εξής:
- $$Y(A,B) = A \cdot B \text{ αν } S=0$$
- $$Y(A,B) = \overline{A \cdot B} \text{ αν } S=1$$
- Να σχεδιάσετε το κύκλωμα.
8. Να σχεδιάσετε ένα Συνδυαστικό Κύκλωμα που συμπεριφέρεται ως πύλη AND ή OR ή NAND ή NOR δύο (2) εισόδων χρησιμοποιώντας έναν Πολυπλέκτη.
9. Ένας Πολυπλέκτης 2 εισόδων A και B έχει μία γραμμή επιλογής S. Ένας Αποπολυπλέκτης 1x2 έχει μία γραμμή επιλογής I και δύο εξόδους C και D. Η έξοδος του Πολυπλέκτη συνδέεται με την είσοδο του Αποπολυπλέκτη.
- Να σχεδιάσετε το κύκλωμα.
 - Ποιες πρέπει να είναι οι τιμές των γραμμών επιλογής S και I, ώστε η πληροφορία που βρίσκεται στην είσοδο A του Πολυπλέκτη να μεταφερθεί στην έξοδο D του αποπολυπλέκτη;
 - Ποιες πρέπει να είναι οι τιμές των γραμμών επιλογής S και I, ώστε η πληροφορία που βρίσκεται στην είσοδο B του Πολυπλέκτη να μεταφερθεί στην έξοδο C του αποπολυπλέκτη;
 - Τι θα συμβεί αν συνδεθούν οι γραμμές επιλογής S και I και λάβουν τιμή "0"; Τι θα συμβεί αν λάβουν τιμή "1";